

М. Н. Кирсанов

# **СБОРНИК ЭКЗАМЕНАЦИОННЫХ ЗАДАЧ**

**по динамике**

---

Пособие для студентов университетов, изучающих  
теоретическую механику

Москва  
Издательство МЭИ  
2005

УДК 531.3  
ББК 22.213  
К 435

**Кирсанов М. Н.** Сборник экзаменационных задач по динамике: Пособие для студентов университетов, изучающих теоретическую механику/ М.Н. Кирсанов. — М.: Издательство МЭИ, 2005. — 96 с.  
К 435 — ISBN 5-7046-1168-0.

Изложены условия и примеры решения экзаменационных задач по пяти темам теоретической механики. Основное внимание уделено задачам на составление уравнений Лагранжа 2-го рода. Для каждой задачи дано от 30 до 120 вариантов условий. Приведены промежуточные результаты и ответы.

Книга может быть использована как при очной, так и при дистанционной формах обучения.

Для студентов и преподавателей технических вузов.

Ил. 30.

**УДК 531.3**  
**ББК 22.213**

**ISBN 5-7046-1168-0**

© Кирсанов М. Н., 2005

## СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие . . . . .	4
<b>I. Система с одной степенью свободы . . . . .</b>	<b>5</b>
Условия задач . . . . .	5
Примеры решений . . . . .	30
<b>II. Система с двумя степенями свободы . . . . .</b>	<b>46</b>
Условия задач . . . . .	46
Примеры решений . . . . .	53
<b>III. Колебания системы с двумя степенями свободы . . . . .</b>	<b>63</b>
Условия задач . . . . .	63
Пример решения . . . . .	66
<b>IV. Колебания узла фермы . . . . .</b>	<b>71</b>
Условия задач . . . . .	71
Пример решения . . . . .	75
<b>V. Предельные частоты системы . . . . .</b>	<b>80</b>
Условия задач . . . . .	80
Пример решения . . . . .	84
Ответы . . . . .	87
Библиографический список . . . . .	94

## Предисловие

В сборнике даны экзаменационные задачи по пяти темам динамики курса теоретической механики. Основное внимание уделяется задачам на составление уравнения Лагранжа 2-го рода.

В **задачах 1.1 – 1.120** надо составить уравнение движения системы с одной степенью свободы. Экзаменационный билет в МЭИ(ТУ) по курсу теоретической механики обычно включает в себя такую задачу. В сборнике приведены условия задач и решения девяти наиболее трудных вариантов, включая задачу о моноцикле (с. 44). Для решения используется удобный и наглядный метод кинематических графов [8]. Некоторые задачи включают краткие ответы (кинетическая энергия и обобщенная сила). Четыре аналогичные задачи на составление уравнения Лагранжа разобраны в Решебнике [6].

В **задачах 2.1 – 2.62** предлагаются системы с двумя степенями свободы.

В **задачах 3.1 – 3.30, 4.1 – 4.30** определяются собственные частоты колебаний механических систем. Задача о колебании узла фермы (**задачи 4.1 – 4.30**) является характерной экзаменационной задачей — для ее решения требуется знание статики и динамики.

В **задачах 5.1 – 5.30** помимо собственных частот определяются и предельные. Под предельными частотами понимаются значения собственных частот при неограниченном увеличении масс отдельных тел системы. Если предел собственной частоты, при стремлении некоторой массы к бесконечности равен нулю, то считается, что предельной частоты, соответствующей этой массе нет.

Числовые значения и ответы, данные во всех задачах (кроме **1.1 – 1.120**), рассчитаны на письменный экзамен (два часа) или для самоконтроля при подготовке к экзамену. Для устного экзамена (подготовка один час) эти задачи должны быть решены в общем виде, без упрощений, преобразований и подстановок в окончательный ответ промежуточных и числовых значений.

Автор будет благодарен всем приславшим свои замечания о книге: [prei2004@yandex.ru](mailto:prei2004@yandex.ru) .

# I

## СИСТЕМА С ОДНОЙ СТЕПЕНЬЮ СВОБОДЫ

### Условия задач

Во всех задачах сделаны обычные предположения — цилиндры, диски, колеса катятся без проскальзывания и без трения качения, нити нерастяжимы и невесомы. Трение в шарнирах отсутствует. Если не оговорено дополнительно, то направления нитей, стержней, сил и положения плоскостей принимать в зависимости от их изображения вертикальными или горизонтальными. Вопросы отрыва тел от опор не рассматриваются.

Следует помнить также, что движение определяется не только заданными силами, но и начальными условиями. Поэтому всякие сомнения о возможности движения механизма здесь излишни, в задаче не даны ни величины сил, ни массы, ни начальные условия. Во всех задачах только два тела наделены массой, остальные считаются невесомыми. Если не оговорено дополнительно, механизм расположен в вертикальной плоскости.

При решении некоторых задач иногда возникает вопрос о некоторых незадаанных в условии величинах, чаще всего кажется, что не задан какой-либо радиус или длина. В таких случаях рекомендуется ввести эту величину, при правильном решении она сократится и в ответ не войдет.

Задачи получены специальной программой-генератором. Для каждого базового условия генератор дает восемь вариантов, отличающихся массами, нагрузками или обобщенными координатами.

Механизмы данные в задачах используются в цепях автоматического регулирования как клапаны, пусковые или другие служебные устройства. Объединяет их одно свойство — нелинейная зависимость движения от нагрузок. Для механизмов с такими свойствами применение уравнения Лагранжа 2-го рода особенно эффективно.

*В задачах 1.1 – 1.120 составить уравнение движения системы.*

К задачам, помеченным звездочкой \*, ответы даны в табл. 1 на с.87, 88.

### Библиографический список

1. *Бать М.И., Джанелидзе Г.Ю., Кельзон А.С.* Теоретическая механика в примерах и задачах. Т.2. — М.: Наука, 1984.
2. *Бутенин Н.В., Луиц Я.Л., Меркин Д.Р.*, Курс теоретической механики. — СПб.: Лань, 1998.
3. *Вильке В.Г.* Теоретическая механика. — М.: Изд-во МГУ, 1998.
4. *Журавлев В.Ф.* Основы теоретической механики. — М.: Физматлит, 2001.
5. *Зимица О.В., Кириллов А.И., Сальникова Т.А.* Решебник. Высшая математика. — М.: Физматлит, 2001.
6. *Кирсанов М.Н.* Решебник. Теоретическая механика / Под ред. А. И. Кириллова. — М.: Физматлит, 2002.
7. *Маркеев А.П.* Теоретическая механика. — М.: Наука, 1990.
8. *Новожилов И.В., Зацепин М.Ф.* Типовые расчеты по теоретической механике на базе ЭВМ. — М.: Высш. шк., 1986.
9. *Павловский М.А., Акинфиева Л.Ю., Бойчук О.Ф.* Теоретическая механика. Динамика. — Киев: Выща шк., 1990.
10. *Розенблат Г.М.* Механика в задачах и решениях. — М.: Едиториал УРСС, 2004.
11. Сборник заданий для курсовых работ по теоретической механике: Учеб. пособие для техн. вузов / А.А. Яблонский, С.С. Норейко, С.А. Вольфсон и др.; Под ред. А.А.Яблонского.— 3-е изд. — М.:Высш. шк., 1972.
12. *Тарг С.М.* Краткий курс теоретической механики. — М.: Высш. шк., 1998.
13. *Яблонский А.А., Норейко С.С.* Курс теории колебаний. — М.: Высш. шк., 1975.

## Предметный и именной указатель

- Амплитуда колебаний, 70, 76
- Бетти Э., 76
- Гармонические колебания, 69
- Гирскопические силы, 80
- Граф, 30
- Жесткость, 76
- Журавлев В.Ф., 80, 94
- Колебания гармонические, 69
- Координаты обобщенные, 34, 66
- Коэффициенты
- жесткости, 68
  - инерционные, 68
  - податливости, 77
- Максвелла–Мора формула, 76
- Матрица
- жесткости, 75
  - инерции, 75
  - податливости, 75
- Маятниковые частоты, 80
- Метод
- МЦС, 31
  - Риттера, 77
  - графов, 30, 31
  - координатный, 31
- Модуль упругости, 76
- Момент инерции
- обода, 45
  - стержня, 33
  - цилиндра, 54, 60
- Моноцикл, 4, 44
- Мощность, 33
- Обобщенные
- координаты, 34, 66
  - силы, 69
  - скорости, 54
- Полус, 30
- Потенциальная энергия пружины, 69
- Предельные
- массы, 80
  - частоты, 80
- Радиус инерции, 57
- Решбник, 94
- Риттер, 77
- Связь
- идеальная, 66
  - стационарная, 33
- Силы
- гирскопические, 80
  - обобщенные, 33
- Скорости обобщенные, 54
- Собственные значения, 70, 76
- Тарг С.М., 94
- Теорема взаимности Бетти, 76
- Уравнение частот, 68, 70, 86
- Уравнения
- Лагранжа 2-го рода, 69, 85
- Фаза колебаний начальная, 76
- Формула
- Максвелла–Мора, 76
  - вычисления обобщенных сил, 69
- Частота
- круговая, 79
  - маятниковая, 80
  - предельная, 80
  - собственная, 68, 71, 86
- Частотное уравнение, 68, 70, 86

Учебное издание

*КИРСАНОВ Михаил Николаевич*

**СБОРНИК ЭКЗАМЕНАЦИОННЫХ ЗАДАЧ  
по динамике**

Компьютерный набор и верстка М.Н.Кирсанов

Редактор О. М. Горина

---

Подписано в печать с оригинал-макета 28.04.05.  
Бумага офсетная.  
Усл.печ. л. 6,0

Тираж 1000 экз.

Формат 60×84/16.  
Печать офсетная.  
Заказ

---

Издательство МЭИ, 111250, Москва, ул. Красноказарменная, д.14.  
Типография ЦНИИ «Электроника», 117415, Москва, просп. Вернадского, д.39